

"Затверджую"

_____.2025 р.

В. о. ректора

проф. В. П. Мельник

№ особової справи _____ Варіант _____

СПЕЦІАЛЬНІСТЬ Е7 "МАТЕМАТИКА"

(Освітні програми «Актуарна математика», «Економетрика і теорія ігор»,
«Математика»)

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(.....)

Обчислити $\log_2 \log_3(5^a)$, якщо $a = \log_5 81$.

2.(.....)

Вершини трикутної піраміди $ABCD$ знаходяться у точках $A(1; 2; 3)$, $B(9; 6; 4)$, $C(3; 0; 4)$, $D(5; 2; 6)$. Обчислити об'єм піраміди $ABCD$. Система координат прямокутна.

3.(.....)

Знайти найменший елемент множини $A \cap B$, якщо $A = \{0; 1; 2; 3\}$; $B = \{0,125; 0,25; 0,5; 1; 2\}$.

4.(.....)

Знайти найменше число в області визначення функції $y = \sqrt{1 - 4x^2}$.

5.(.....)

Обчислити $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$.

6.(.....)

Знайти значення похідної функції $f(x) = x^x$ у точці $x = 1$.

7.(.....)

Серед первісних $F(x)$ функції $f = x \sin x + x$ вибрати таку, що $F(\pi) = \pi + 0.375 \pi^2$. У відповідь записати $F(\pi/2)$.

8.(.....)

Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями $z = 2x$, $z = 0$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 1$.

9.(.....)

Нехай $U = L(a_1, a_2)$, $V = L(b_1, b_2)$. Знайти $\dim(U \cap V)$, якщо $a_1 = (1, 2, 3)$; $a_2 = (2, 4, 5)$; $b_1 = (3, 6, 1)$; $b_2 = (4, 8, 3)$.

10.(.....)

Розв'яжіть рівняння $x^2 + (-4 + 5i)x - (1 + 7i) = 0$ і у поле відповідей запишіть максимальне значення модуля його коренів.

11.(.....)

Які з формул числення висловлень є логічно еквівалентними (рівносильними) до формули $(\neg(A \rightarrow B) \wedge \neg(A \wedge B)) \vee B$?

- 1) $A \vee B$;
- 2) $(A \vee B \vee C) \wedge (A \vee B)$;
- 3) $A \wedge B$;
- 4) $\neg A \vee \neg B$;
- 5) $A \rightarrow B$.

12.(.....)

Які з чисел 52, 48, 6, -12, -72 конгруентні 26 за модулем 2?

1) усі; 2) 48; 3) 52; 4) 6; 5) -12, -72.

13.(.....)

Яке серед поданих рівнянь є рівнянням з відокремлюваними змінними?

- 1) $\cos y y' = \sin y + 3x + 1$;
- 2) $y' - xy^2 = 2xy$;
- 3) $2xy dx + (x^2 - y^2) dy = 0$;
- 4) $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx + \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$.

14.(.....)

Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $y'' + y = \operatorname{tg} x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

У відповідь записати значення $y(2\pi)$.

15.(.....)

Запишіть найслабшу (з поданих нижче) достатню умову на функцію $\varphi = \varphi(x)$, яка гарантує існування класичного розв'язку задачі Коші

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, \quad u|_{t=0} = \varphi(x), \quad u_t|_{t=0} = 0.$$

- 1) функція φ неперервно диференційовна на R_+^1 ;
- 2) функція φ неперервно диференційовна на R^1 ;
- 3) функція φ двічі неперервно диференційовна на R_+^1 ;
- 4) функція φ двічі неперервно диференційовна на R^1 ;
- 5) функція φ тричі неперервно диференційовна на R_+^1 ;
- 6) функція φ тричі неперервно диференційовна на R^1 .

16.(.....)

Нехай функція f визначена в околі $z_0 \in \mathbf{C}$. Дати означення моногенності f в точці z_0 (вибрати правильний варіант):

- 1) існує $f'(z_0) \in \mathbf{C}$;
- 2) f' існує в околі z_0 і неперервна в z_0 ;
- 3) f' існує і неперервна в околі z_0 ;

4) в точці z_0 виконуються умови Коші – Рімана.

17.(.....)

У метричному просторі множина є скрізь щільною, якщо:

- 1) її замикання співпадає з усім простором; 2) її замикання порожнє; 3) внутрішність її замикання порожня; 4) доповнення до неї ніде не щільне; 5) доповнення до неї скінченне.

18.(.....)

Обчислити інтеграл Лебега $\int_{[-2;3]} 2\operatorname{sgn}(x^2 - x - 2)d\mu_1$.

19.(.....)

У коробці знаходиться 3 білих і 4 червоних кульок. Навмання вибирають три кульки. Знайти ймовірність p того, що витягнуто не менше двох білих куль, якщо відомо, що серед витягнутих куль є принаймні одна біла. У талон відповідей записати значення $93p$.

20.(.....)

Сім раз підкидають симетричну монету. Випадкова величина ξ – кількість випадань герба. Знайти математичне сподівання випадкової величини ξ .

21.(.....)

Методом максимальної правдоподібності оцінити невідомий параметр a рівномірного розподілу на відрізку $[a; b]$, якщо задана реалізація вибірки

5	7	7	8	5	9	4	7	8	4
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

22.(.....)

Обчислити $\int_{|z|=2} \frac{zdz}{z-i}$

- 1) 0;
2) -2π ;
3) πi ;
4) $-2\pi i$;
5) інша відповідь

23.(.....)

Вкажіть, які із сімей підмножин множини $\mathbb{R}$ утворюють топологію:

- 1) $\tau = \{[a, +\infty): a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$;
2) $\tau = \{(a, +\infty): a \in \mathbb{R}\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$;
3) $\tau = \{[a, b): a, b \in \mathbb{R}, a < b\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$;
4) $\tau = \{5\} \cup \{\mathbb{R}\} \cup \{\emptyset\}$.

24.(.....)

Розв'язати задачу $u_1 + u_2 + u_3 \rightarrow \min$, $u_1 - u_2 \geq 0$, $u_1 + u_2 - u_3 - 10 = 0$, $u_1 \geq 0$, $u_2 \geq 0$, $u_3 \geq 0$. У поле відповідей записати оптимальне значення цільової функції.

25.(.....)

Дві фірми виготовляють однорідний продукт в обсягах x_1 , x_2 відповідно, їхні витрати при цьому задаються функціями $C_1 = 6x_1$, $C_2 = 3x_2$. Обернена функція попиту, яка визначає ціну одиниці продукції, має вигляд $p = 12 - 2(x_1 + x_2)$. Знайти рівновагу Штакельберга для другого гравця в дуополії Курно. У поле відповідей записати p^* .